

METODICKÉ VYSVETLIVKY

V úmrtnostných tabuľkách sú použité nasledovné ukazovatele a označenie:

Veková štruktúra žijúcich - stredný stav obyvateľstva v príslušnom období podľa pohlavia.

Počet zomrelých - počet zomrelých v príslušnom období podľa pohlavia.

Pravdepodobnosť úmrtia (q_x) - pravdepodobnosť, že osoba veku x zomrie pred dosiahnutím veku $x + 1$.

Pravdepodobnosť dožitia (p_x) - pravdepodobnosť, že osoba veku x sa dožije veku $x + 1$. Je definovaná vzťahom:

$$p_x = 1 - q_x$$

Tabuľkový počet dožívajúcich (l_x) - hypotetický počet osôb, ktoré sa zo 100 tisíc narodených (koreň úmrtnostnej tabuľky) dožijú ďalšieho roka. Počíta sa ako súčin pravdepodobnosti prežitia a predchádzajúceho počtu dožívajúcich:

$$l_{x+1} = p_x \cdot l_x, \text{ resp. tiež platí: } p_x = l_{x+1} / l_x$$

Tabuľkový počet zomrelých (d_x) - počet zomrelých osôb v príslušnom veku. Počíta sa ako rozdiel dvoch po sebe nasledujúcich tab. počtov dožívajúcich (l_x):

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

Tabuľkový počet žijúcich (L_x) - priemerný počet osôb, ktoré v danej populácii žijú vo veku uvedenom v úmrtnostných tabuľkách. Počíta sa ako priemer z dvoch po sebe nasledujúcich tabuľkových počtov dožívajúcich (l_x):

$$L_x = (l_x + l_{x+1}) / 2$$

Počet zostávajúcich rokov života vo veku x (T_x) - počet rokov života (kumulácia), ktoré má tabuľková generácia (nie jednotlivec) v danom veku pred sebou (pomocný ukazovateľ pre výpočet ÚT):

$$T_x = \sum_{i=x}^{\omega} L_i,$$

kde ω je vek, po ktorý sa počíta úmrtnostná tabuľka.

Stredná dĺžka života vo veku x (e_x), obyčajne považovaná za najdôležitejší ukazovateľ úmrtnostných tabuliek (nazývaná tiež **Nádej na dožitie vo veku x**), je syntetický ukazovateľ, ktorý vyjadruje úmrtnostné pomery vo všetkých vekových skupinách. Je to priemerný počet rokov, ktoré prežije jednotlivec vo veku x . Počíta sa ako podiel počtu rokov života, ktoré má tabuľková generácia v danom veku pred sebou (T_x) a tabuľkového počtu dožívajúcich (l_x):

$$e_x = T_x / l_x$$

Poznámka: Použitá metodika, spolu s metodikou spracovania rôznych ďalších druhov úmrtnostných tabuliek, napr. podľa rodinného stavu, resp. podľa príčin úmrtia, je podrobne uvedená v publikácii **Metodický materiál - Výpočet úmrtnostných tabuliek, Výpočet stratených rokov života úmrtím** (Infostat - Výskumné demografické centrum. November 2000. Bratislava, edícia: Dokumenty)

METODIKA VÝPOČTU ÚMRTNOSTNÝCH TABULIEK

Úmrtnostné tabuľky sa zostavujú v dvoch podobách, v podrobnej a skrátenej forme.

Úmrtnostné tabuľky počítané pre jednotky veku, t.j. s jednoročným vekovým intervalom, sa označujú spravidla ako tabuľky úplné, podrobné (complete mortality tables) a úmrtnostné tabuľky počítané pre vekové skupiny sú známe ako skrátené (abridged life tables).

A. Spôsob výpočtu podrobných úmrtnostných tabuliek

Pri výpočte týchto úmrtnostných tabuliek sa použila nepriama metóda. Základom pre ich výpočet bola tzv. špecifická miera úmrtnosti m_x , definovaná vo vekovej jednotke x ako podiel zomrelých D_x vo veku x a žijúcich P_x (stredný stav) vo veku x

$$m_x = \frac{D_x}{P_x}$$

Postup výpočtu je nasledovný:

- Pravdepodobnosti úmrtia $q_x = 1 - e^{-m_x}$
- Pre odstránenie náhodných výkyvov (vyrovnanie) hodnôt q_x sa používa pre vek $x = 4, \dots, 83$ rokov vzorec

$$q_x = [105 q_x + 90(q_{x-1} + q_{x+1}) + 45(q_{x-2} + q_{x+2}) - 30(q_{x-3} + q_{x+3})] / 315$$

Na vylúčenie prípadných ďalších výkyvov sa robí korekcia dvojitým opakovaním postupných interpolácií druhého stupňa nasledovnými rovnicami:

$$q_4 = 3q_5 - 3q_6 + q_7$$

$$q_5 = -q_4 + q_6 + q_7 \quad a$$

$$q_x = -1/3 q_{x-2} + q_{x-1} + 1/3 q_{x+1} \quad \text{pre } x = 6, \dots, 83,$$

čím sa získa postupnosť vyrovnaných hodnôt q_x .

- Výpočet pravdepodobností úmrtia je spoľahlivý asi do veku 80 rokov, kedy sa počty zomrelých začnú prudko znižovať vplyvom rýchlo rastúcej úmrtnosti, čím dochádza k veľkým nepravidelnostiam. Preto sa pre vyššie vekové ročníky použijú extrapolácie hodnôt pravdepodobnosti úmrtia Gompertz - Makehamovou formulou (metóda King - Hardyho).

p_x pravdepodobnosť prežitia pre vek x , $p_x = (1 - q_x)$

$$R1 = \sum_{x=61}^{68} \log p_x$$

$$R2 = \sum_{x=69}^{76} \log p_x$$

$$R3 = \sum_{x=77}^{84} \log p_x$$

$$C8 = (R3 - R2) / (R2 - R1)$$

$$CA = (R1 - (R2 - R1) / (C8 - 1)) / 8$$

$$CC = \sqrt[8]{C8}$$

$$CB = (CC - 1) * (R2 - R1) / (CC^{60} * (C8 - 1)^2)$$

Pre $x = 76, \dots, 101$ sa vypočíta:

$$r_x = e^{(CA + CB * CC^{(x-1)})}$$

Nájde sa vek x v intervale 77 až 86 kde je najmenšia hodnota $|p_x - r_x|$. Od tohoto veku sa nahradia hodnoty q_x hodnotami $1 - r_x$.

- Zvolia sa hodnoty $l_0 = 100\ 000$ a $L_0 = l_0 - 0,92 d_0$
- Postupnými iteráciami sa vypočítajú hodnoty

$$l_x = l_{x-1}(1 - q_{x-1})$$

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

$$L_x = l_{x+1} + 0,5d_x$$

$$T_x = L_x + L_{x+1} + \dots + L_{\omega}$$

- Vypočítajú sa hodnoty $e_x = T_x / l_x$
- Úmrtnostná tabuľka sa ukončí riadkom pre vek 100 a viac rokov (100^+) tým, že sa hodnoty L_x a T_x nahradia hodnotou výrazu $l_{100} - 0,5 \cdot l_{100} \cdot q_{100}$.

B. Spôsob výpočtu skrátených úmrtnostných tabuliek

Skrátené úmrtnostné tabuľky (abridged life tables) sa počítajú pre vekové skupiny. Šírka vekového intervalu (n) je, okrem vekovej skupiny do jedného roku, väčšia ako 1. Najčastejšie, ako aj v tomto prípade, je $n = 5$ rokov. Ak je k dispozícii podrobná úmrtnostná tabuľka, tak sa skrátená tabuľka počíta z nej nasledovným spôsobom:

Označme:

x	vek v podrobnej úmrtnostnej tabuľke
y	veková skupina v skrátenej úmrtnostnej tabuľke
L_x	priemerný počet rokov prežitých osobami vo veku x v podrobnej úmrtnostnej tabuľke
L_y^s	priemerný počet rokov prežitých osobami vo vekovej skupine y v skrátenej úmrtnostnej tabuľke
n_y	počet rokov vo vekovej skupine y

Postupne sa vypočítajú hodnoty skrátenej úmrtnostnej tabuľky:

- Počet zostávajúcich rokov života vo vekovej skupine y

$$T_y^s = \sum_{\forall j \geq y} \sum_{i \in j} L_i$$
 pre všetky vekové skupiny y
- Priemerný počet žijúcich vo vekovej skupine y

$$L_y^s = \frac{\sum_{\forall i \in y} L_i}{n_y} \quad \text{pre všetky vekové skupiny } y$$

- Zvolia sa hodnoty $l_0 = 100\,000$, $d_0 = (l_0 - L_0) / 0,92$ a $l_1 = l_0 - d_0$

- Postupnými iteráciami sa vypočítajú hodnoty

$$l_y = L_{y-1} \cdot 2 - l_{y-1} \quad \text{pre } y = 2$$

$$d_y = l_{y+1} - l_y \quad \text{pre } y = 1$$

$$q_y = 1 - l_{y+1} / l_y \quad \text{pre všetky } y$$

$$e_y = T_y / l_y \quad \text{pre všetky } y$$

Posledný riadok tabuľky pre vekovú skupinu 85 rokov a viac (85^+) sa upraví nasledovne:

$$L_{85} = l_{85} / m_{85},$$

$$\text{kde } m_{85} = D_{85+} / P_{85+}$$

a D_{85+} je počet zomrelých vo veku 85^+ , resp. P_{85+} je počet žijúcich (stredný stav) vo veku 85^+ .

$$T_{85} = L_{85}$$

$$e_{85} = 1 / m_{85}$$